

TALLER INSUMO-PRODUCTO

Modelo Inter-regional de Insumo-Producto

*Instituto IDEEAS de la Universidad Tecnológica de Bolívar
Cartagena, 9 de junio de 2023*

Prof. Dr. Eduardo A. Haddad

Profesor Titular del Departamento de Economía FEA-USP

Modelo inter-regional de IP



Modelo inter-regional de IP



Modelo inter-regional de IP

Sistema inter-regional de insumo-produto

	Setores Região L	Setores Região M	Região L	Região M	
Setores Região L	Insumos Intermediários (Z^{LL})	Insumos Intermediários (Z^{LM})	Demanda Final (Y^{LL})	Demanda Final (Y^{LM})	Demanda Total (X^L)
Setores Região M	Insumos Intermediários (Z^{ML})	Insumos Intermediários (Z^{MM})	Demanda Final (Y^{ML})	Demanda Final (Y^{MM})	Demanda Total (X^M)
	Importações (M^L)	Importações (M^M)	Importações (M^L)	Importações (M^M)	M
	IIL (T^L)	IIL (T^M)	IIL (T^L)	IIL (T^M)	T
	Valor Adicionado (W^L)	Valor Adicionado (W^M)			
	Produção Total (X^L)	Produção Total (X^M)			

Modelo inter-regional de IP

Sistema inter-regional - setor x setor

Matriz IP	L 1	L 2	L 3	M 1	M 2	DF	DT
L 1	150	500	50	25	75	200	1000
L 2	200	100	400	200	100	1000	2000
L 3	300	500	50	60	40	50	1000
M 1	75	100	60	200	250	515	1200
M 2	50	25	25	150	100	450	800
VA	225	775	415	565	235		
PT	1000	2000	1000	1200	800		

Fuente: Miller e Blair (2009) – *Many-Region Models: The Interregional Approach*.

Estructura teórica

Flujos inter-regionales – consumo intermediario:

$$Z = \begin{bmatrix} Z^{LL} & Z^{LM} \\ Z^{ML} & Z^{MM} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11}^{LL} & z_{12}^{LL} & z_{13}^{LL} & z_{11}^{LM} & z_{12}^{LM} \\ z_{21}^{LL} & z_{22}^{LL} & z_{23}^{LL} & z_{21}^{LM} & z_{22}^{LM} \\ z_{31}^{LL} & z_{32}^{LL} & z_{33}^{LL} & z_{31}^{LM} & z_{32}^{LM} \\ z_{11}^{ML} & z_{12}^{ML} & z_{13}^{ML} & z_{11}^{MM} & z_{12}^{MM} \\ z_{21}^{ML} & z_{22}^{ML} & z_{23}^{ML} & z_{21}^{MM} & z_{22}^{MM} \end{bmatrix}$$

Estructura teórica

Producto total de cada sector:

$$x_1^L = z_{11}^{LL} + z_{12}^{LL} + z_{13}^{LL} + z_{11}^{LM} + z_{12}^{LM} + y_1^L$$

$$x_2^L = z_{21}^{LL} + z_{22}^{LL} + z_{23}^{LL} + z_{21}^{LM} + z_{22}^{LM} + y_2^L$$

$$x_3^L = z_{31}^{LL} + z_{32}^{LL} + z_{33}^{LL} + z_{31}^{LM} + z_{32}^{LM} + y_3^L$$

$$x_1^M = z_{11}^{ML} + z_{12}^{ML} + z_{13}^{ML} + z_{11}^{MM} + z_{12}^{MM} + y_1^M$$

$$x_2^M = z_{21}^{ML} + z_{22}^{ML} + z_{23}^{ML} + z_{21}^{MM} + z_{22}^{MM} + y_2^M$$

Estructura teórica

Coeficientes inter-regionales:

$$a_{ij}^{LL} = \frac{z_{ij}^{LL}}{X_j^L}$$

$$a_{ij}^{LM} = \frac{z_{ij}^{LM}}{X_j^M}$$

$$a_{ij}^{ML} = \frac{z_{ij}^{ML}}{X_j^L}$$

$$a_{ij}^{MM} = \frac{z_{ij}^{MM}}{X_j^M}$$

Estructura teórica

Producto total de cada sector:

$$x_1^L = a_{11}^{LL}x_1^L + a_{12}^{LL}x_2^L + a_{13}^{LL}x_3^L + a_{11}^{LM}x_1^M + a_{12}^{LM}x_2^M + y_1^L$$

$$x_2^L = a_{21}^{LL}x_1^L + a_{22}^{LL}x_2^L + a_{23}^{LL}x_3^L + a_{21}^{LM}x_1^M + a_{22}^{LM}x_2^M + y_2^L$$

$$x_3^L = a_{31}^{LL}x_1^L + a_{32}^{LL}x_2^L + a_{33}^{LL}x_3^L + a_{31}^{LM}x_1^M + a_{32}^{LM}x_2^M + y_3^L$$

$$x_1^M = a_{11}^{ML}x_1^L + a_{12}^{ML}x_2^L + a_{13}^{ML}x_3^L + a_{11}^{MM}x_1^M + a_{12}^{MM}x_2^M + y_1^M$$

$$x_2^M = a_{21}^{ML}x_1^L + a_{22}^{ML}x_2^L + a_{23}^{ML}x_3^L + a_{21}^{MM}x_1^M + a_{22}^{MM}x_2^M + y_2^M$$

Estructura teórica

Modelo inter-regional

$$A = \begin{bmatrix} A^{LL} & \vdots & A^{LM} \\ \dots & \dots & \dots \\ A^{ML} & \vdots & A^{MM} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y^L \\ \dots \\ y^M \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x^L \\ \dots \\ x^M \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} I & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A^{LL} & \vdots & A^{LM} \\ \dots & \dots & \dots \\ A^{ML} & \vdots & A^{MM} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x^L \\ \dots \\ x^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^L \\ \dots \\ y^M \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y}$$

Modelo inter-regional

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^L \\ \mathbf{x}^M \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{LL} & \mathbf{A}^{LM} \\ \mathbf{A}^{ML} & \mathbf{A}^{MM} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}^L \\ \mathbf{y}^M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^L \\ \mathbf{x}^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{LL} & \mathbf{B}^{LM} \\ \mathbf{B}^{ML} & \mathbf{B}^{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}^L \\ \mathbf{y}^M \end{bmatrix}$$

donde $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{B}$ es la **matriz inversa de Leontief**.

Modelo inter-regional de IP

Sistema inter-regional - setor x setor

Matriz IP	L 1	L 2	L 3	M 1	M 2	DF	DT
L 1	150	500	50	25	75	200	1000
L 2	200	100	400	200	100	1000	2000
L 3	300	500	50	60	40	50	1000
M 1	75	100	60	200	250	515	1200
M 2	50	25	25	150	100	450	800
VA	225	775	415	565	235		
PT	1000	2000	1000	1200	800		

Fuente: Miller e Blair (2009) – *Many-Region Models: The Interregional Approach*.

Modelo inter-regional de insumo-produto

Sistema inter-regional - setor x setor

Matriz IP		L	L	L	M	M	DF	DT
		1	2	3	1	2		
L	1	150	500	50	25	75	200	1000
L	2	200	100	400	200	100	1000	2000
L	3	300	500	50	60	40	50	1000
M	1	75	100	60	200	250	515	1200
M	2	50	25	25	150	100	450	800
VA		225	775	415	565	235		
PT		1000	2000	1000	1200	800		

Matriz de coeficientes técnicos

A	L	L	L	M	M
	1	2	3	1	2
1	0,150	0,250	0,050	0,021	0,094
2	0,200	0,050	0,400	0,167	0,125
3	0,300	0,250	0,050	0,050	0,050
1	0,075	0,050	0,060	0,167	0,313
2	0,050	0,013	0,025	0,125	0,125

Ejemplo: $a_{ij}^{LL} = \frac{z_{ij}^{LL}}{x_j^L}$

$$a_{12}^{LL} = \frac{z_{12}^{LL}}{x_2^L} = \frac{500}{2000} = 0,250$$

Modelo inter-regional de insumo-produto

A partir de la matriz **A**, se puede calcular la **matriz inversa de Leontief** $(I - A)^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}^{LL} & \mathbf{B}^{LM} \\ \mathbf{B}^{ML} & \mathbf{B}^{MM} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{LL} & \mathbf{A}^{LM} \\ \mathbf{A}^{ML} & \mathbf{A}^{MM} \end{bmatrix} \right\}^{-1}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11}^{LL} & b_{12}^{LL} & b_{13}^{LL} & b_{11}^{LM} & b_{12}^{LM} \\ b_{21}^{LL} & b_{22}^{LL} & b_{23}^{LL} & b_{21}^{LM} & b_{22}^{LM} \\ b_{31}^{LL} & b_{32}^{LL} & b_{33}^{LL} & b_{31}^{LM} & b_{32}^{LM} \\ b_{11}^{ML} & b_{12}^{ML} & b_{13}^{ML} & b_{11}^{MM} & b_{12}^{MM} \\ b_{21}^{ML} & b_{22}^{ML} & b_{23}^{ML} & b_{21}^{MM} & b_{22}^{MM} \end{bmatrix}$$

Matriz inversa de Leontief

$(I-A)^{-1}$	L			M	
	1	2	3	1	2
1	1,423	0,465	0,291	0,192	0,304
2	0,635	1,424	0,671	0,409	0,456
3	0,638	0,537	1,336	0,250	0,311
1	0,267	0,200	0,197	1,341	0,547
2	0,147	0,091	0,093	0,215	1,254

Multiplicador de producción

El **multiplicador de producción** en el modelo inter-regional es:

- Región L:

$$m(o)_j^L = m(o)_j^{LL} + m(o)_j^{ML}$$

$$m(o)_j^L = \underbrace{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{LL}}_{\text{Efecto intra-regional}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{ML}}_{\text{Efecto inter-regional}}$$

- Región M:

$$m(o)_j^M = m(o)_j^{MM} + m(o)_j^{LM}$$

$$m(o)_j^M = \underbrace{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{MM}}_{\text{Efecto intra-regional}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{LM}}_{\text{Efecto inter-regional}}$$

Multiplicador de producción

Matriz inversa de Leontief (modelo abierto) - Efeito direto + indireto

(I-A) ⁻¹	L			M	
	1	2	3	1	2
L 1	1,423	0,465	0,291	0,192	0,304
L 2	0,635	1,424	0,671	0,409	0,456
L 3	0,638	0,537	1,336	0,250	0,311
M 1	0,267	0,200	0,197	1,341	0,547
M 2	0,147	0,091	0,093	0,215	1,254
Total	3,110	2,717	2,588	2,407	2,872

← Multiplicadores de producción

Ejemplo: Multiplicador de producción de la Región L (sector 1):

$$m(o)_1^L = m(o)_1^{LL} + m(o)_1^{ML}$$

$$m(o)_1^L = \underbrace{\sum_{i=1}^n b_{i1}^{LL}}_{\text{Efecto intra-regional}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n b_{i1}^{ML}}_{\text{Efecto inter-regional}}$$

$$m(o)_1^{LL} = \sum_{i=1}^n b_{i1}^{LL} = 1,423 + 0,635 + 0,638 = 2,696$$

$$m(o)_1^{ML} = \sum_{i=1}^n b_{i1}^{ML} = 0,267 + 0,147 = 0,414$$

$$m(o)_1^L = 2,696 + 0,414 = 3,110$$

Descomposición regional del multiplicador

Multiplicador total de producción (región L):

$$m(o)_j^L = m(o)_j^{LL} + m(o)_j^{ML}$$

Descomposición simple:

$$\frac{m(o)_j^L}{m(o)_j^L} = \frac{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{LL}}{m(o)_j^L} + \frac{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{ML}}{m(o)_j^L} \Rightarrow 1 = o_j^{LL} + o_j^{ML}$$

Descomposición líquida:

$$\frac{m(o)_j^L - 1}{m(o)_j^L - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{LL} - 1}{m(o)_j^L - 1} + \frac{\sum_{i=1}^n b_{ij}^{ML}}{m(o)_j^L - 1} \Rightarrow 1 = ol_j^{LL} + ol_j^{ML}$$

Similarmente, podemos descomponer el multiplicador para región M.

Descomposición regional del multiplicador

Ejemplo: Multiplicador de la Región L (sector 1):

Multiplicador Simples de Produção

Região L	1	2	3
Intra-regional $m(o)_j^{LL}$	2,696	2,426	2,298
Inter-regional $m(o)_j^{ML}$	0,414	0,291	0,290
Multiplicador $m(o)_j^L$	3,110	2,717	2,588

Decomposição simples de $m(o)_j^L$

Região L	1	2	3
Intra-regional o_j^{LL}	86,7%	89,3%	88,8%
Inter-regional o_j^{ML}	13,3%	10,7%	11,2%
Total	100%	100%	100%

Decomposição líquida de $m(o)_j^L$

Região L	1	2	3
Intra-regional ol_j^{LL}	80,4%	83,1%	81,7%
Inter-regional ol_j^{ML}	19,6%	16,9%	18,3%
Total	100%	100%	100%

Descomposición simple

$$\frac{m(o)_1^L}{m(o)_1^L} = \frac{m(o)_1^{LL}}{m(o)_1^L} + \frac{m(o)_1^{ML}}{m(o)_1^L} \quad 1 = o_1^{LL} + o_1^{ML}$$

$$\frac{3,110}{3,110} = \frac{2,696}{3,110} + \frac{0,414}{3,110}$$

$$1 = 0,867 + 0,133$$

Descomposición líquida

$$\frac{m(o)_1^L - 1}{m(o)_1^L - 1} = \frac{m(o)_1^{LL} - 1}{m(o)_1^L - 1} + \frac{m(o)_1^{ML}}{m(o)_1^L - 1}$$

$$1 = ol_1^{LL} + ol_1^{ML}$$

$$\frac{3,110 - 1}{3,110 - 1} = \frac{2,696 - 1}{3,110 - 1} + \frac{0,414}{3,110 - 1}$$

$$1 = 0,804 + 0,196$$

Descomposición regional del multiplicador

Multiplicador Simples de Produção

Região L	1	2	3
Intra-regional $m(o)_j^{LL}$	2,696	2,426	2,298
Inter-regional $m(o)_j^{ML}$	0,414	0,291	0,290
Multiplicador $m(o)_j^L$	3,110	2,717	2,588

Decomposição simples de $m(o)_j^L$

Região L	1	2	3
Intra-regional o_j^{LL}	86,7%	89,3%	88,8%
Inter-regional o_j^{ML}	13,3%	10,7%	11,2%
Total	100%	100%	100%

Decomposição líquida de $m(o)_j^L$

Região L	1	2	3
Intra-regional ol_j^{LL}	80,4%	83,1%	81,7%
Inter-regional ol_j^{ML}	19,6%	16,9%	18,3%
Total	100%	100%	100%

Multiplicador Simples de Produção

Região M	1	2
Intra-regional $m(o)_j^{MM}$	1,556	1,801
Inter-regional $m(o)_j^{LM}$	0,851	1,071
Multiplicador $m(o)_j^M$	2,407	2,872

Decomposição simples de $m(o)_j^M$

Região M	1	2
Intra-regional o_j^{MM}	64,6%	62,7%
Inter-regional o_j^{LM}	35,4%	37,3%
Total	100%	100%

Decomposição líquida de $m(o)_j^M$

Região M	1	2
Intra-regional ol_j^{MM}	39,5%	42,8%
Inter-regional ol_j^{LM}	60,5%	57,2%
Total	100%	100%

Ejemplo numérico

Sistema inter-regional - setor x setor

Matriz IP		L 1	L 2	L 3	M 1	M 2	DF		DT
							Famílias	Outros	
L	1	150	500	50	25	75	80	120	1000
L	2	200	100	400	200	100	300	700	2000
L	3	300	500	50	60	40	15	35	1000
M	1	75	100	60	200	250	115	400	1200
M	2	50	25	25	150	100	250	200	800
VA	Trabalho	125	300	200	365	100			1090
	Outros	100	475	215	200	135			1125
PT		1000	2000	1000	1200	800			

Emprego	300	800	350	480	250
---------	-----	-----	-----	-----	-----

Fuente: Adaptación de Miller e Blair (2009) – *Many-Region Models: The Interregional Approach*.

Gerador de emprego

Sistema inter-regional - setor x setor

Matriz IP		L	L	L	M	M	DF		DT
		1	2	3	1	2	Famílias	Outros	
L	1	150	500	50	25	75	80	120	1000
L	2	200	100	400	200	100	300	700	2000
L	3	300	500	50	60	40	15	35	1000
M	1	75	100	60	200	250	115	400	1200
M	2	50	25	25	150	100	250	200	800
VA	Trabalho	125	300	200	365	100			1090
	Outros	100	475	215	200	135			1125
PT		1000	2000	1000	1200	800			
Emprego		300	800	350	480	250			

Exemplo: $c_j^{eL} = \frac{v_j^{eL}}{x_j^L}$ $c_j^{eM} = \frac{v_j^{eM}}{x_j^M}$

$$c_1^{eL} = \frac{v_1^{eL}}{x_1^L} = \frac{300}{1000} = 0,300$$

$$c_2^{eM} = \frac{v_2^{eM}}{x_2^M} = \frac{250}{800} = 0,313$$

Matriz de coeficientes de emprego

\hat{c}^e		L	L	L	M	M
		1	2	3	1	2
L	1	0,300	0	0	0	0
L	2	0	0,400	0	0	0
L	3	0	0	0,350	0	0
M	1	0	0	0	0,400	0
M	2	0	0	0	0	0,313

Generador de empleo

Matriz de coeficientes de emprego

\hat{C}^e	L			M	
	1	2	3	1	2
L 1	0,300	0	0	0	0
L 2	0	0,400	0	0	0
L 3	0	0	0,350	0	0
M 1	0	0	0	0,400	0
M 2	0	0	0	0	0,313

Matriz inversa de Leontief (modelo aberto) - Efeito direto + indireto

$(I-A)^{-1}$	L			M	
	1	2	3	1	2
L 1	1,423	0,465	0,291	0,192	0,304
L 2	0,635	1,424	0,671	0,409	0,456
L 3	0,638	0,537	1,336	0,250	0,311
M 1	0,267	0,200	0,197	1,341	0,547
M 2	0,147	0,091	0,093	0,215	1,254
Total	3,110	2,717	2,588	2,407	2,872

Ejemplo:

Cada elemento de E es:

$$e_{ij} = c_j^e \times b_{ij}$$

$$e_{11}^{LL} = c_1^{eL} \times b_{11}^{LL} = 0,300 \times 1,423 = 0,427$$

$$e_{11}^{MM} = c_1^{eM} \times b_{11}^{MM} = 0,400 \times 1,341 = 0,536$$

Matriz geradora de multiplicadores

$E = \hat{C}^e(I-A)^{-1}$	L			M	
	1	2	3	1	2
L 1	0,427	0,140	0,087	0,058	0,091
L 2	0,254	0,569	0,268	0,164	0,182
L 3	0,223	0,188	0,468	0,088	0,109
M 1	0,107	0,080	0,079	0,536	0,219
M 2	0,046	0,028	0,029	0,067	0,392
Total	1,057	1,005	0,931	0,912	0,993

Gerador de emprego

Matriz geradora de multiplicadores

$E = \hat{C}^e(I-A)^{-1}$		L 1	L 2	L 3	M 1	M 2
L 1	1	0,427	0,140	0,087	0,058	0,091
L 2	2	0,254	0,569	0,268	0,164	0,182
L 3	3	0,223	0,188	0,468	0,088	0,109
M 1	1	0,107	0,080	0,079	0,536	0,219
M 2	2	0,046	0,028	0,029	0,067	0,392
Total		1,057	1,005	0,931	0,912	0,993

← Geradores de emprego

Ejemplo: $g(e)_j^L = \sum_{i=1}^3 e_{ij}^{LL} + \sum_{i=1}^2 e_{ij}^{LM}$

$$g(e)_1^L = \sum_{i=1}^3 e_{i1}^{LL} + \sum_{i=1}^2 e_{i1}^{LM} = 0,427 + 0,254 + 0,223 + 0,107 + 0,046 = 1,057$$

Multiplicador Simples (Gerador)

Região L	1	2	3
$g(e)_j^L$	1,057	1,005	0,931

Multiplicador Simples (Gerador)

Região M	1	2
$g(e)_j^M$	0,912	0,993

Multiplicador de empleo (Tipo I)

El **multiplicador de empleo** (Tipo I), por su vez, es:

$$m^I(e)_j^L = \frac{g(e)_j^L}{c_j^{eL}}$$

$$m^I(e)_j^M = \frac{g(e)_j^M}{c_j^{eM}}$$

El multiplicador de empleo indica el cuanto es generado, directa y indirectamente, de empleo para cada unidad directamente generada de empleo.

Multiplicador de emprego (Tipo I)

Multiplicador Simples (Gerador)

Região L	1	2	3
$g(e)_j^L$	1,057	1,005	0,931

Multiplicador Simples (Gerador)

Região M	1	2
$g(e)_j^M$	0,912	0,993

Coefficiente de Emprego

Região L	1	2	3
c_j^{eL}	0,300	0,400	0,350

Região M	1	2
c_j^{eM}	0,400	0,313

Exemplo: $m^l(e)_j^L = \frac{g(e)_j^L}{c_j^{eL}}$

$$m^l(e)_1^L = \frac{g(e)_1^L}{c_1^{eL}} = \frac{1,057}{0,300} = 3,523$$

Multiplicador (Tipo I)

Região L	1	2	3
$m^l(e)_j^L$	3,523	2,513	2,660

Multiplicador (Tipo I)

Região M	1	2
$m^l(e)_j^M$	2,281	3,178

Multiplicadores y generadores (otra vez...)

A partir de los coeficientes directos y de la matriz inversa de Leontief, es posible estimar, para cada sector de la economía, el cuanto es generado directa y indirectamente también de **importaciones, impuestos, ingresos, valor ajuntado, emisiones de CO₂** ... etc. para cada unidad monetaria producida para la demanda final.

El procedimiento es similar al presentado para empleo.

Efectos multiplicadores

Los multiplicadores varían no solo entre industrias, sino también entre regiones

Una pequeña economía regional, con una representación modesta de la industria, puede no ser capaz de suministrar todos los insumos necesarios que son requeridos por la industria local. Por lo tanto, habrá importaciones considerables de insumos (a veces denominadas como fugas)

En general, cuanto mayor sea el valor de las importaciones, menor será el valor del multiplicador

Ejemplo:

Estado de São Paulo en la economía brasileira y mundial

Fluxos regionais e externos

Brasil, 1996

Fluxos		São Paulo		Resto do Brasil	
		<i>R\$ bi</i>	% VA	<i>R\$ bi</i>	% VA
Inter-regionais	Exportações	113,244	49.0	77,725	16.7
	Importações	77,725	33.7	113,244	24.4
	Saldo	35,519	15.4	35,519	-7.7
Externos	Exportações	19,909	8.6	34,401	7.4
	Importações	25,470	11.0	53,701	11.6
	Saldo	-5,561	2.4	-19,300	4.2

VA: Valor Adicionado regional

fonte: Informações FIPE, n. 245, fevereiro/2001

Matriz de Insumo-Producto Inter-regional São Paulo/ Resto do Brasil, 1996 – R\$ millones

		São Paulo				Resto do Brasil				Y_1^L	X_1^L
		1	2	3	4	1	2	3	4		
SP	1	522	2268	1	163	603	1764	0	136	12661	18117
	2	1972	40900	7784	6541	3049	21177	6918	8562	88681	185585
	3	305	3487	2077	1721	1089	6001	4337	2600	70862	92480
	4	289	6969	4897	29029	401	4706	2525	12862	92612	154291
RB	1	1782	7736	2	557	11658	34105	5	2628	21284	79757
	2	980	22890	8492	2452	8069	89477	23804	11353	143282	310800
	3	97	1198	1522	1583	568	3767	5688	5995	151473	171892
	4	127	2910	2630	10278	1602	14413	12890	46943	247003	338796
VA		11835	86094	63675	99711	51796	116061	112078	243914		
=											
X		18117	185585	92480	154291	79757	310800	171892	338796		

- 1 Agropecuária
- 2 indústria Transformação
- 3 Comércio, Transportes e Construção Civil
- 4 Serviços

- VA Valor Adicionado
- Y Demanda Final
- X Produção

Matriz de Insumo-Producto Inter-regional São Paulo/ Resto do Brasil, **coeficientes técnicos**

		São Paulo				Resto do Brasil				
		1	2	3	4	1	2	3	4	
SP	1	0.029	0.012	0.000	0.001	0.008	0.006	0.000	0.000	= $\begin{bmatrix} A^{LL} & A^{LM} \\ A^{ML} & A^{MM} \end{bmatrix}$
	2	0.109	0.220	0.084	0.042	0.038	0.068	0.040	0.025	
	3	0.017	0.019	0.022	0.011	0.014	0.019	0.025	0.008	
	4	0.016	0.038	0.053	0.188	0.005	0.015	0.015	0.038	
RB	1	0.098	0.042	0.000	0.004	0.146	0.110	0.000	0.008	
	2	0.054	0.123	0.092	0.016	0.101	0.288	0.138	0.034	
	3	0.005	0.006	0.016	0.010	0.007	0.012	0.033	0.018	
	4	0.007	0.016	0.028	0.067	0.020	0.046	0.075	0.139	

$$a_{ij}^{LL} = \frac{z_{ij}^{LL}}{X_j^L}, \quad a_{ij}^{MM} = \frac{z_{ij}^{MM}}{X_j^M} \rightarrow \text{coeficiente de insumo regional}$$

$$a_{ij}^{ML} = \frac{z_{ij}^{ML}}{X_j^L}, \quad a_{ij}^{LM} = \frac{z_{ij}^{LM}}{X_j^M} \rightarrow \text{coeficiente de comércio inter - regional}$$

Modelo inter-regional

		São Paulo				Resto do Brasil				
		1	2	3	4	1	2	3	4	
SP	1	0.029	0.012	0.000	0.001	0.008	0.006	0.000	0.000	= $\begin{bmatrix} A^{LL} & A^{LM} \\ A^{ML} & A^{MM} \end{bmatrix}$
	2	0.109	0.220	0.084	0.042	0.038	0.068	0.040	0.025	
	3	0.017	0.019	0.022	0.011	0.014	0.019	0.025	0.008	
	4	0.016	0.038	0.053	0.188	0.005	0.015	0.015	0.038	
RB	1	0.098	0.042	0.000	0.004	0.146	0.110	0.000	0.008	
	2	0.054	0.123	0.092	0.016	0.101	0.288	0.138	0.034	
	3	0.005	0.006	0.016	0.010	0.007	0.012	0.033	0.018	
	4	0.007	0.016	0.028	0.067	0.020	0.046	0.075	0.139	

$$\begin{aligned}
 X = \begin{bmatrix} X^L \\ X^M \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 18117 \\ 185585 \\ 92480 \\ 154291 \\ 79757 \\ 310800 \\ 171892 \\ 338796 \end{bmatrix} & Y = \begin{bmatrix} Y^L \\ Y^M \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 12661 \\ 88681 \\ 70862 \\ 92612 \\ 21284 \\ 143282 \\ 151473 \\ 247003 \end{bmatrix} & \left\{ \begin{aligned} X &= (I - A)^{-1} Y \\ X &= B.Y \\ B &= \begin{bmatrix} B^{LL} & B^{LM} \\ B^{ML} & B^{MM} \end{bmatrix} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Modelo inter-regional

$$B = \begin{bmatrix} B^{LL} & B^{LM} \\ B^{ML} & B^{MM} \end{bmatrix}$$

		São Paulo				Resto do Brasil			
		1	2	3	4	1	2	3	4
SP	1	1.034	0.019	0.003	0.003	0.012	0.012	0.003	0.002
	2	0.170	1.323	0.135	0.080	0.083	0.151	0.085	0.052
	3	0.027	0.034	1.031	0.018	0.023	0.037	0.035	0.013
	4	0.035	0.072	0.080	1.243	0.019	0.043	0.035	0.060
RB	1	0.145	0.100	0.030	0.017	1.202	0.199	0.036	0.023
	2	0.136	0.256	0.170	0.055	0.194	1.474	0.233	0.075
	3	0.011	0.015	0.023	0.017	0.013	0.024	1.041	0.024
	4	0.027	0.048	0.055	0.103	0.043	0.093	0.109	1.174
Σ		1.584	1.867	1.526	1.536	1.590	2.034	1.577	1.423

Modelo inter-regional

Aumento de R\$ 100 millones en las ventas para demanda final de la industria en São Paulo

$$Y_N = Y + DY \Rightarrow X_N = B.Y_N$$

		Y	DY	YN	X	XN = B.YN	DX
<i>São Paulo</i>	1	12,661	0	12,661	18,117	18,119	1.90
	2	88,681	100	88,781	185,585	185,717	132.25
	3	70,862	0	70,862	92,480	92,483	3.38
	4	92,612	0	92,612	154,291	154,298	7.17
<i>Resto do Brasil</i>	1	21,284	0	21,284	79,757	79,767	10.04
	2	143,282	0	143,282	310,800	310,825	25.59
	3	151,473	0	151,473	171,892	171,894	1.51
	4	247,003	0	247,003	338,796	338,801	4.83
Σ		827,859	100	827,959	1,351,718	1,351,905	186.68

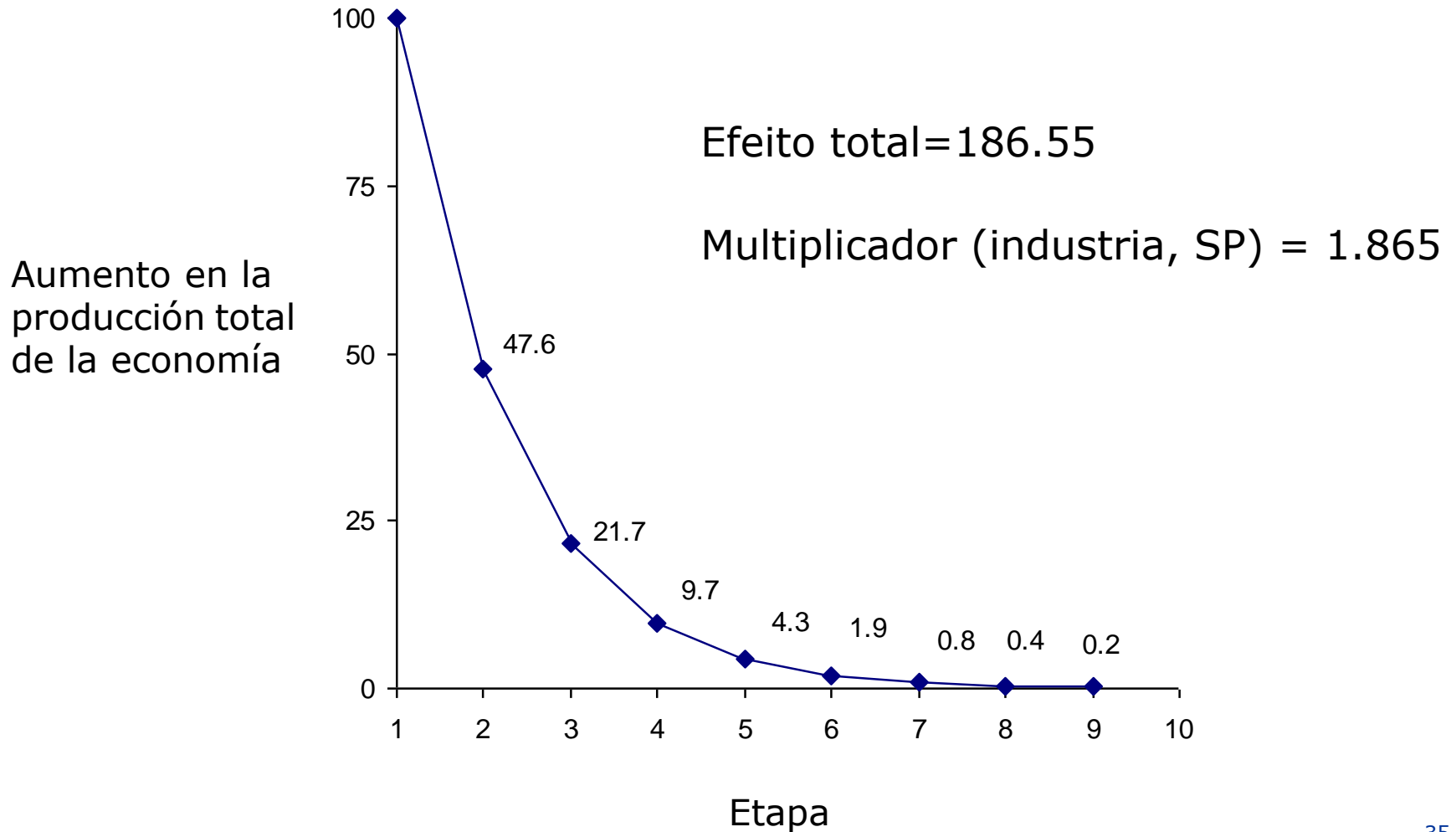
Multiplicador (Indústria, SP) = $DX/DN = 186.68/100 = 1.867$

Modelo inter-regional

Efecto en el nivel de actividades de la economía de un aumento de R\$ 100 millones en las ventas para la demanda final de la industria (2) en São Paulo

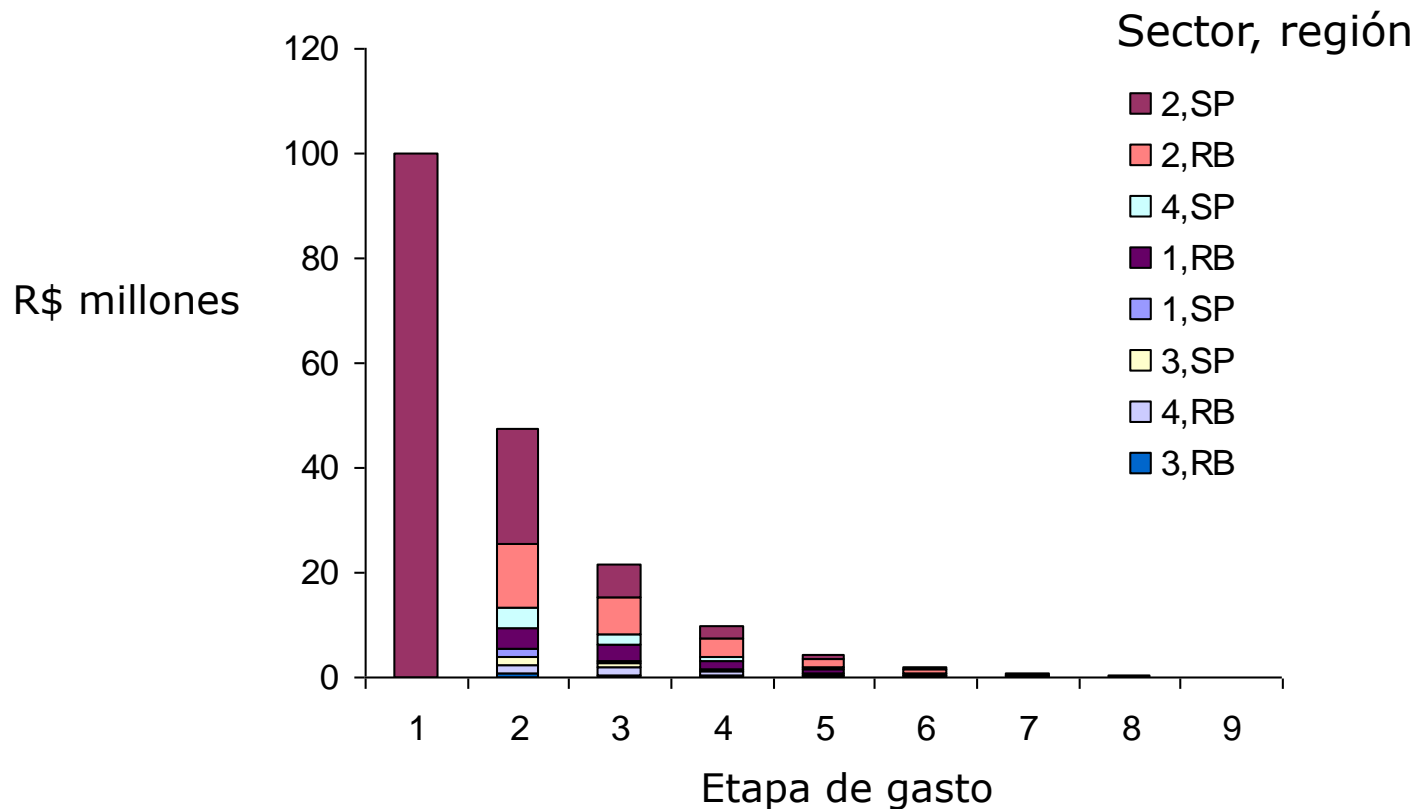
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<i>São Paulo</i>	1	0	1.22	0.41	0.16	0.06	0.03	0.01	0.01	0.00	1.90
	2	100	22.04	6.37	2.26	0.90	0.38	0.17	0.07	0.03	132.23
	3	0	1.88	0.84	0.37	0.16	0.07	0.03	0.01	0.01	3.37
	4	0	3.76	1.93	0.84	0.36	0.16	0.07	0.03	0.01	7.16
<i>Resto do Brasil</i>	1	0	4.17	3.03	1.55	0.72	0.32	0.14	0.06	0.03	10.02
	2	0	12.33	7.13	3.39	1.53	0.68	0.30	0.13	0.06	25.55
	3	0	0.65	0.45	0.23	0.11	0.05	0.02	0.01	0.00	1.51
	4	0	1.57	1.58	0.90	0.43	0.20	0.09	0.04	0.02	4.82
Σ		100	47.61	21.74	9.70	4.28	1.88	0.83	0.36	0.16	186.55

Modelo inter-regional



Modelo inter-regional

Efecto en el nivel de actividad de la economía del aumento de R\$ 100 millones en las ventas para demanda final de la industria (2) en São Paulo



Modelo inter-regional

Efecto en el nivel de actividades de la economía de un aumento de R\$ 100 millones en las ventas para demanda final de la industria en São Paulo

<i>São Paulo</i>		144.70	77.51%
	Indústria		91.38%
	Serviços		4.95%
<i>Resto do Brasil</i>		41.98	22.49%
	Indústria		60.87%
	Serviços		11.51%

Modelo inter-regional

Descomposición de los multiplicadores

		Simples		Líquida Injeção inicial	
		Local	Externo	Local	Externo
<i>São Paulo</i>	1	79.9%	20.1%	45.4%	54.6%
	2	77.5%	22.5%	51.6%	48.4%
	3	81.9%	18.1%	47.4%	52.6%
	4	87.5%	12.5%	64.2%	35.8%
<i>Resto do Brasil</i>	1	91.4%	8.6%	76.8%	23.2%
	2	88.0%	12.0%	76.5%	23.5%
	3	90.0%	10.0%	72.6%	27.4%
	4	91.1%	8.9%	69.9%	30.1%

Modelo inter-regional

Multiplicadores Simples de Produção Estado de São Paulo - 1996

	Modelo de Insumo-Produto		Diferença
	Regional	Inter-regional	
Agropecuária	1.23	1.58	22%
Indústria	1.39	1.87	25%
Com. e Transp.	1.21	1.53	20%
Serviços	1.32	1.54	14%